

НИУ Высшая школа экономики
Факультет социологии

Дискретная математика
2015/2016 учебный год
(*А. В. Михайлович, Д. А. Дагаев*)

Задания к семинару №6
(срок выполнения — 14 мая 2016 года)

Задача 1. Найти количество попарно неизоморфных графов с 12 вершинами, в которых степень каждой вершины равна 2.

Задача 2. На одном обитаемом острове построено 10 городов и 42 дороги, соединяющие города (дороги двусторонние, два города соединяет не более одной дороги). Являются ли следующие утверждения всегда верными, в некоторых случаях верными или ложными (обязательно пояснить)?

1. Существует три города, такие что никакие два из них не соединены между собой дорогами.
2. В каждый город входит не более 8 дорог.
3. Существует город, который не соединён с другими городами.
4. Существует четыре города, такие что никакие два из них не соединены между собой дорогами.
5. Из любого города можно проехать в любой другой, используя не более двух дорог.
6. Из всех городов выходит одинаковое число дорог.
7. Из всех городов выходит разное число дорог.

Задача 3.

1. Построить граф с 4 вершинами, который изоморфен своему дополнению (простой). Может ли он быть неодносвязным.
2. Построить граф с 5 вершинами, который изоморфен своему дополнению (простой). Может ли он быть неодносвязным.
3. Для какого числа вершин n можно построить простой граф с n вершинами, который изоморфен своему дополнению?

Задача 4. Верно ли, что два графа изоморфны если

1. у них по 10 вершин, степень каждой из которых равна 9?
2. у них по 8 вершин, степень каждой из которых равна 3?
3. они связаны, без циклов и содержат по 6 ребер?

Задача 5. Пусть G — простой граф, а \overline{G} — его дополнение. Доказать, что

1. хотя бы один из графов G или \overline{G} связан;
2. если в G более 4 вершин, то хотя бы в одном из графов G или \overline{G} имеется цикл;

Задача 6. В графе n вершин и s компонент связности. Какое минимальное и максимальное число ребер в этом графе?

Задача 7. Выяснить, какие графы на картинке (ссылка отдельно) являются изоморфными, а какие нет. Если графы изоморфны, привести изоморфизм, если нет, объяснить почему.