Рассмотрим задачи, связанные с удалённостью вершин между собой. Например, это могут быть вопросы распространения информации в группе. Также бывает полезно разбить большую группу на подгруппы, в которой участники связаны между собой «лучше», чем с остальными (это хорошо видно на приложениях в социальных сетях, которые анализируют «дружбу друзей»).

Рассмотрим односвязный граф $G = (V, E)$.

Вершина $v \in V$ является *точкой сочленения*, если подграф, получаемый удалением вершины v и всех инцедентных ей рёбер несвязен. Если при этом вершина v соединена с каждой из компонент этого подграфа только одним ребром, то v называют точкой *простого сочленения*.

Теорема 1. *Вершина v_0 односвязного графа тогда и только тогда является точкой простого сочленения, когда существуют две такие вершины v_1 и v_2, что каждая цепь, соединяющая v_1 и v_2 проходит через v_0.*

Расстоянием между вершинами u и v назовём длину $d(u, v)$ самой короткой цепи, соединяющей вершины u и v.

Удалённость вершины v — это число

$$d(v) = \max_{u \in V} d(u, v).$$

Вершина наименьшей удалённости называется *центром* (центроидом), а вершина наибольшей удалённости — *периферийной* (перифероидной) точкой.

Радиус графа:

$$\rho = \min_{v \in V} d(v).$$

Диаметр графа:

$$d = \max_{u,v \in V} d(u, v).$$

Теорема 2. *Для графа G без петель и изолированных вершин следующие условия равносильны:*

1. *Через два произвольных ребра всегда проходит простой цикл.*

2. *Через две произовльных вершины всегда проходит простой цикл.*

3. *Граф не имеет точек сочленения.*

Множество $A \subset V$ называется *множеством сочленения*, если подграф, порождённый множеством $V \backslash A$ (то есть подграф, полученный из графа G удалением всех вершин из множества A и инцедентных им рёбер) несвязен. Если A состоит из единственной вершины, то это точка сочленения.

Число связности графа G — это наименьшее число элементов множества, являеющегося множеством сочленения. Если h — число связности графа G, то говорят, что граф G является h-связным.

Теорема 3. *В h-связном графе степень каждой вершины больше или равна h.*