Совместный бакалавриат ВШЭ–РЭШ, 2015/16 уч. год
Дифференциальные уравнения (http://math-info.hse.ru/s15/1a)
Семинар 3. Уравнения с разделяющимися переменными (5.02.2016)
И. В. Щуров

Задача 1. Найти все решения уравнения $\dot{x} = \sqrt[3]{x}$ с начальным условием $x(0) = 0$.

Задача 2. Решите уравнение. Нарисуйте соотвествующее поле направлений и его *интегральные кривые*. Доказать, что найдены *все* возможные решения.

(a) $y' = y/x$;
(b) $y' = 2y/x$;
(c) $y' = y/(2x)$;
(d) $y' = -y/x$;
(e) $y' = -x/y$;
(f) $y' = xy$;
(g) $y' = -xy$;
(h) $y' = \sqrt[5]{y^4}$.

Задача 3. Решите уравнения:

(a) $(x^2 + 4)y' = 2xy$;
(b) $y' = -xe^y$;
(c) $y' \operatorname{ctg}^2(x) + \operatorname{tg}^2(y) = 0$;
(d) $xy' + y = y^2$.

Замечание 1. *Некоторые уравнения не являются уравнениями с разделяющимися переменными, но становятся такими после того как мы сделаем некоторую замену.*

Задача 4. Подбирая подходящую замену, решить уравнение.

(a) $y' = \frac{y(1+xy)}{x(1-xy)}$;
(b) $y' = -\frac{x+y+1}{4x+4y+10}$;
(c) $y' = \sin(x + y)$;
(d) $y' = \sqrt{4x + 2y - 1}$;
(e) $(x + 2y)y' = 1, \quad y(0) = -1$;
(f) $xy' = x + y$.