

Совместный бакалавриат ВШЭ–РЭШ, 2015/16 уч. год

Динамические системы (<http://math-info.hse.ru/s15/f>)

Логистическое отображение (20 ноября 2015)

И. В. Щуров

Задача 1. Рассмотрим логистическое отображение $f_\lambda: [0, 1] \rightarrow [0, 1]$,

$$f_\lambda(x) = \lambda x(1 - x).$$

Найти промежутки монотонности и нарисовать примерно графики следующих функций

- (а) f_2^2 ;
- (б) f_2^{100} ;
- (в) f_3^2 .

Задача 2. Найти координату неподвижной точки отображения f_λ , отличную от 0, в зависимости от λ .

Задача 3. Найти критическое значение параметра λ , при котором эта точка меняет устойчивость.

Задача 4. Доказать, что при критическом значении λ эта неподвижная точка является

- (а) точкой перегиба для функции f_λ^2 ;
- (б) притягивающей точкой для отображения f_λ в некоторой своей окрестности.

Задача 5. Определить тип потери устойчивости (мягкая, жесткая)?

Задача 6. (*) Доказать, что у f_3 нет периодических точек, кроме неподвижных.

Задача 7. (*) Доказать, что у f_λ нет периодических точек, кроме неподвижных, при $\lambda \in [2, 3]$.