

Совместный бакалавриат ВШЭ–РЭШ, 2015/16 уч. год

Динамические системы (<http://math-info.hse.ru/s15/f>)

Число вращения возвращается (4 декабря 2015)

И. В. Щуров

**Задача 1.** Рассмотрим  $f, g$  — некоторые отображения окружности,  $\tilde{f}$  и  $\tilde{g}$  — соответственно, их поднятия на прямую. Пусть  $\tilde{f}(x) \geq \tilde{g}(x)$  для всех  $x \in [0, 1)$ . Доказать, что в этом случае  $\rho(f) \geq \rho(g)$ .

**Задача 2.** Пусть  $f$  — некоторое отображение окружности и  $f_\alpha(x) = f(x) + \alpha \pmod{1}$ . Доказать, что функция  $\varphi(\alpha) = \rho(f_\alpha)$  монотонно неубывает по  $\alpha$ .

**Задача 3.** Доказать, что функция  $\varphi(\alpha)$  из задачи 2 непрерывна по  $\alpha$ .

**Задача 4.** Можно ли в задаче 2 заменить неубывание возрастанием?

**Задача 5.** Чему равно число вращения отображения  $x \mapsto x + \frac{1}{10} \sin 2\pi x + a$  при  $a$  близким к  $1/2$ ?

**Задача 6.** Доказать, что существует такое значение  $a$ , при котором число вращения из предыдущей задачи равно  $1/3$ .