## Совместный бакалавриат ВШЭ-РЭШ, 2015/16 Математический анализ 1

Семинар 9: Производная-2. (12-13 ноября 2015 года)

Б. С. Бычков, Н. Б. Гончарук, Д. А. Дагаев, Н. Е. Сахарова

Задача 1. Найдите производные следующих функций:

(a)  $\log_5 x$ ;

(f)  $\ln f(x)$ , если производная f(x) известна;

(b)  $\frac{\sin 2x + 3}{\sin 2x - 3}$ ;

(g)  $e^{x^2}$ :

(c)  $\sin \sqrt[3]{1+x^2}$ ;

(h)  $e^{4\ln x}$ ;

(d)  $\operatorname{arctg}(\sqrt{|2x|})$ ;

(i)  $x^x$ ;

(e)  $e^{f(x)}$ , если производная f(x) извест-

(j)  $(\log_3 x)^{x^2+3}$ ; (k)  $x^{x^x} = x^{(x^x)}$ .

Задача 2. Найдите приближенно с точностью до сотых:

- (a)  $\sin 0.01$ ;
- (b)  $\sin 1.58$ .

С какой точностью можно найти  $(2.01)^7$ ?

Задача 3. Найдите локальные и глобальные максимумы и минимумы, промежутки монотонности, точки перегиба, асимптоты для следующих функций. Нарисуйте эскизы графиков.

- (a)  $f(x) = 2 + \frac{1}{x^2 + 2x + 2}$ ; (b)  $f(x) = \frac{x^2}{x + 2}$ ; (c)  $f(x) = e^{x x^2}$ ; (d)  $f(x) = \ln x + \frac{x^2}{2} 6x$ ;

**Задача 4.** Дана парабола – график функции  $y=x^2$ . Выясните, из каких точек плоскости к ней можно провести:

- (а) Одну касательную?
- (b) Две касательных?
- (с) Ни одной касательной?

Задача 5. Радиоуправляемая машинка должна доехать от точки старта до финиша, расположенного на расстоянии 8 метров. Машинка может двигаться с ускорением 2  $M/c^2$  или -2  $M/c^2$ . Как нужно управлять машинкой, чтобы она приехала на финиш как можно скорее (начальное положение – машинка старте, в точке финиша она должна остановиться)? Нарисуйте график её скорости и перемещения.