

Факультет социальных наук, 2014-15 уч. год

Доп. главы алгебры и анализа: продолжение (<http://math-info.hse.ru/s14/9>)

Несобственные интегралы с особенностями интегрируемой функции (22 сентября 2014)

И. В. Щуров, Р. Я. Будылин

**Задача 1.** Сходится ли интеграл? Если да, найти его.

$$\begin{array}{lll} \text{(a)} \int_0^1 \frac{dx}{x^3}; & \text{(c)} \int_0^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{x}}; & \text{(e)} \int_0^\infty \frac{dx}{x}; \\ \text{(b)} \int_1^2 \frac{dx}{x-1}; & \text{(d)} \int_{-1}^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2}}; & \text{(f)} \int_0^\infty \frac{dx}{x^2-1}. \end{array}$$

**Задача 2.** При каких значениях параметра  $\alpha \in \mathbb{R}$  сходится интеграл?

$$\text{(a)} \int_0^1 \frac{dx}{x^\alpha}; \quad \text{(b)} \int_0^\infty \frac{dx}{x^\alpha}.$$

**Задача 3.** (а) Доказать, что  $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x}$  расходится.

$$\begin{array}{l} \text{(b)} \text{Найти } \lim_{a \rightarrow 0^+} \left( \int_{-1}^{-a} \frac{dx}{x} + \int_a^1 \frac{dx}{x} \right); \\ \text{(c)} \text{Найти } \lim_{a \rightarrow 0^+} \left( \int_{-1}^{-e^{-a}} \frac{dx}{x} + \int_a^1 \frac{dx}{x} \right); \\ \text{(d)} \text{Найти } \lim_{a \rightarrow 0^+} \left( \int_{-1}^{-a^2} \frac{dx}{x} + \int_a^1 \frac{dx}{x} \right). \end{array}$$

**Задача 4.** Сходится ли интеграл?

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x} + x^2 + x^3}; & \text{(d)} \int_0^\infty \operatorname{tg} x \, dx; \\ \text{(b)} \int_0^1 \frac{dx}{x + x^2 + x^3}; & \text{(e)} \int_0^\infty \frac{dx}{e^x - 1}; \\ \text{(c)} \int_0^1 \frac{dx}{\ln(1+x)}; & \text{(f)} \int_{-1}^{+\infty} \frac{x-1}{x^2-5x+6}. \end{array}$$