

Факультет социальных наук, 2014-15 уч. год

Доп. главы алгебры и анализа: продолжение (<http://math-info.hse.ru/s14/9>)

Ещё о несобственных интегралах (15 сентября 2014)

И. В. Щуров, Р. Я. Будылин

**Задача 1.** Сходится ли интеграл? Если да, найти его.

(a)  $\int_{-\infty}^{\infty} \sin x \, dx;$

(c)  $\int_{-\infty}^3 \frac{dx}{2x-9};$

(e)  $\int_{-\infty}^0 e^{3t} dt;$

(b)  $\int_2^{\infty} \frac{dx}{(2x+4)^2};$

(d)  $\int_1^{\infty} \frac{x \, dx}{(x^2+1)^2};$

(f)  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{1+x^4} dx.$

**Задача 2.** Доказать, что если функция  $f$  ограничена снизу положительным числом (то есть существует такое число  $c > 0$ , что  $f(x) > c$  для любого  $x$ ), то

$$\int_a^{+\infty} f(x) dx$$

расходится.

**Задача 3.** Сходится ли интеграл?

(a)  $\int_1^{\infty} e^{1/x} dx;$

(e)  $\int_{-\infty}^{-2} \frac{x^2 + 3x + 1}{x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1} dx;$

(b)  $\int_2^{\infty} \frac{3 + e^{-x}}{x} dx$

(f)  $\int_2^{\infty} \frac{dx}{\ln x};$

(c)  $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^3 + x^2 + x + 1};$

(g)  $\int_{-\infty}^{-1} e^{x^2} dx;$

(d)  $\int_0^{\infty} \frac{x}{x^3 + 1} dx;$

(h)  $\int_{-\infty}^{-1} e^{x^3} dx;$

**Задача 4.** (a) Доказать, что  $\int_{-\infty}^{+\infty} x \, dx$  расходится.

(b) Найти  $\lim_{a \rightarrow \infty} \int_{-a}^a x \, dx;$

(c) Найти  $\lim_{a \rightarrow \infty} \int_{-a}^{a+1} x \, dx.$