

Факультет социальных наук, 2014-15 уч. год

Доп. главы алгебры и анализа: продолжение (<http://math-info.hse.ru/sl4/9>)

Базисы (16 февраля 2015)

И. В. Щуров, Р. Я. Будылин

Задача 1. Рассмотрим вектор $u = (2, 4)$. Записать его координаты в базисе, составленном из векторов v_1 и v_2 (то есть представить в виде $u = x_1v_1 + x_2v_2$), если

- (a) $v_1 = (1, 0)$, $v_2 = (0, 1)$;
- (b) $v_1 = (2, 0)$, $v_2 = (0, 1)$;
- (c) $v_1 = (0, 1)$, $v_2 = (0, 2)$;
- (d) $v_1 = (0, 1)$, $v_2 = (1, 1)$;
- (e) $v_1 = (1, 1)$, $v_2 = (-1, 1)$;
- (f) $v_1 = (1, 1)$, $v_2 = (2, 2)$.

Нарисовать соответствующие картинки.

Задача 2. Рассмотрим линейный оператор, заданный матрицей

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}.$$

Найти образ векторов $e_1 = (1, 0)$ и $e_2 = (0, 1)$ под действием этого оператора.

Задача 3. Найти матрицу A линейного оператора, если известно, что

$$A \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

и

$$A \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Задача 4. Найти матрицу линейного оператора A в базисе (v_1, v_2) , если

- (a) $Av_1 = v_1$, $Av_2 = v_2$;
- (b) $Av_1 = 2v_1$, $Av_2 = -v_2$;
- (c) $Av_1 = v_1 + v_2$, $Av_2 = v_1 - v_2$;
- (d) $Av_1 = 2v_1 + 3v_2$, $Av_2 = v_2 - v_1$.

Задача 5. Найти матрицу оператора A в базисе, составленном из собственных векторов:

- (a) $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$
- (b) $A = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 6 & 4 \end{pmatrix}$