

Факультет социальных наук, 2014-15 уч. год

Доп. главы алгебры и анализа: продолжение (<http://math-info.hse.ru/s14/9>)

Параметрическое задание кривых и вектор-функции (2 февраля 2015)

И. В. Щуров, Р. Я. Будылин

Некоторые задачи основаны на книге James Stewart, *Calculus Early Transcendentals*, 6e.

Задача 1. Нарисуйте кривые. Изобразите стрелкой направление движения по кривой, соответствующее росту параметра t .

- a) $x(t) = 1 - t$, $y(t) = 2 + 2t$;
- b) $x(t) = 2t$, $y(t) = 4 - 4t$;
- c) $x(t) = t$, $y(t) = 8 - t^2/2$, $0 \leq t \leq 4$;
- d) $x = 2 + \sin t$, $y = 3 + \cos t$, $0 \leq t \leq \pi$;
- e) $x(t) = \cos t$, $y(t) = 3 \sin t$, $0 \leq t \leq 2\pi$;
- f) $x(t) = 5 \sin t$, $y(t) = t^2$, $-\pi \leq t \leq \pi$;
- g) (*) $x(t) = \sin 2t$, $y(t) = \cos 3t$, $0 \leq t \leq 2\pi$;

Задача 2. Нарисуйте кривые, записав уравнение кривой в виде $y(x)$ или $x(y)$. Изобразите стрелкой направление движения, соответствующее росту параметра t .

- a) $x(t) = 1 - t$, $y(t) = 2 + 2t$, $0 \leq t \leq 3$;
- b) $x(t) = 1 + 3t$, $y(t) = 2 - t^2$;
- c) (*) $x(t) = t^2 - 2$, $y(t) = 5 - 2t$, $-3 \leq t \leq 4$.

Задача 3. Нарисуйте кривые, записав уравнение кривой в виде $f(x, y) = 0$. Изобразите стрелкой направление движения по кривой, соответствующее росту параметра t .

- a) $x(t) = 1 + \sin t$, $y(t) = \cos t - 1$;
- b) $x(t) = 1 + 2 \sin t$, $y(t) = 2 \cos t$, $-\pi/3 \leq t \leq \pi/3$.

Задача 4. Запишите параметрическое уравнение касательной к кривой в точке, соответствующей данному значению параметра t .

- a) $x(t) = t^4 + 1$, $y(t) = t^3 + t$, $t = -1$;
- b) $x(t) = t - t^{-1}$, $y(t) = 1 + t^2$, $t = 1$;
- c) $x(t) = \cos t + \sin 2t$, $y(t) = \sin t + \cos 2t$, $t = 0$.

Задача 5. Запишите параметрическое уравнение касательной к кривой в данной точке.

- a) $x(t) = 6 \sin t$, $y(t) = t^2 + t$, $(0, 0)$;
- b) $x(t) = \cos t + \cos 2t$, $y(t) = \sin t + \sin 2t$, $(-1, 1)$;
- c) $x(t) = \cos t$, $y(t) = \sin 2t$, $(0, 0)$.

Задача 6. Найдите точку самопересечения кривой

$$x(t) = \cos t + 2 \cos 2t, \quad y(t) = \sin t + 2 \sin 2t$$

и касательные к кривой в этой точке.

Задача 7. Найдите точки на кривой, в которых касательная горизонтальна или вертикальна. Нарисуйте кривую.

- a) $x(t) = 10 - t^2$, $y(t) = t^3 - 12t$;
- b) $x(t) = 2 \cos t$, $y(t) = \sin 2t$;
- c) $x(t) = \cos 3t$, $y(t) = 2 \sin t$.