

**Семинар 16. Правила Лопиталья.**

30 мая 2015 г.

**Задача 1.** Докажите первый замечательный предел:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1.$$

**Задача 2.** Найдите пределы:

а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{x};$

б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\ln(1+x)};$

в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{x - \sin x};$

г)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(e^2 - x) - 2 - 3x}{e^x - e^{-x}};$

д)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{\sqrt{x}};$

е)  $\lim_{x \rightarrow 0+0} \frac{e^{1/x}}{\ln x};$

ё)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2};$

ж)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3};$

з)  $\lim_{x \rightarrow 0+0} \frac{\operatorname{tg} x}{x^\alpha};$

и)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sin \frac{1}{x}}{\ln(1 + \frac{2}{x})};$

й)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos ax}{\ln \cos bx};$

к)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} \operatorname{tg} x}{\sin \sin x}.$

**Задача 3.** Найдите пределы:

а)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x \operatorname{tg} \frac{1}{x});$

б)  $\lim_{x \rightarrow 0+0} x^x;$

в)  $\lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{ctg} x)^{\sin x};$

г)  $\lim_{x \rightarrow 1} x^{\operatorname{ctg}(x-1)};$

д)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \operatorname{ctg} x - \frac{1}{x} \right).$