

**Семинар 12. Производная.**

27 апреля 2015 г.

**Задача 1.** Выведите, пользуясь определением, производные следующих функций:

- |            |                 |
|------------|-----------------|
| а) $x^4$ ; | в) $\sqrt{x}$ ; |
| б) $1/x$ ; | г) $\cos x$ .   |

**Задача 2.** Найдите первую и вторую производную следующих функций:

- |                          |  |
|--------------------------|--|
| а) $\frac{x^2 + 1}{x}$ ; | в) $\frac{e^x}{x + 1}$ ;                         |
| б) $(x^3 + 2x)e^x$ ;     | г) $\operatorname{cosec} x = \frac{1}{\sin x}$ . |

**Задача 3.** Найдите производные следующих функций двумя способами: используя арифметические свойства производных и как производную сложной функции. Убедитесь, что результаты совпали.

- |                   |                |                    |                         |
|-------------------|----------------|--------------------|-------------------------|
| а) $(2x + 3)^2$ ; | в) $e^{2x}$ ;  | д) $\cos 2x$ ;     | ё) $\ln x^3$ ;          |
| б) $e^{-x}$ ;     | г) $\sin 2x$ ; | е) $\sin(x + a)$ ; | ж) $\arccos(\pi - x)$ . |

**Задача 4.** Найдите производные следующих функций:

- |  |   |
|--|---|
| а) $(2x + 1)^5$ ;                              | е) $\arcsin(\sin x)$ ;                              |
| б) $(x^2 + 3x - 2)^{10}$ ;                     | ё) $\ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ ;                      |
| в) $\sqrt{3x + 4}$ ;                           | ж) $\frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a}$ ; |
| г) $\sqrt{x \sin x}$ ;                         | з) $\frac{1}{2a} \ln \frac{x - a}{x + a}$ ;         |
| д) $\left(\frac{x + 1}{x - 1}\right)^{2015}$ ; | и*) $x^x$ .   |

**Задача 5.** Запишите уравнения касательных к графикам следующих функций:

- а)  $f(x) = x^2 - 3x + 2$  в точке с абсциссой  $x_0 = 2$ ;  
б)  $f(x) = e^{2(x-1)}$  в точке с абсциссой  $x_0 = 1$ .

**Задача 6.** Распространение слухов описывается законом

$$p(t) = \frac{1}{1 + a \cdot 2^{-kt}},$$

где  $a, k$  — известные положительные константы, а  $p(t)$  — доля людей, знакомых со слухом в момент времени  $t \geq 0$ .

- а) Найдите  $\lim_{t \rightarrow +\infty} p(t)$ . Поясните, что означает полученный ответ.

- б) Найдите скорость распространения слухов в момент времени  $t$ .
- в) Постройте график зависимости  $p(t)$  при нескольких различных значениях параметров:  
 $a = 1, k = 1$ ;  $a = 1, k = 2$ ;  $a = 4, k = 1$ ;  $a = 4, k = 2$ .
- г) Поясните физический смысл констант  $a$  и  $k$ .