

Совместный бакалавриат ВШЭ–РЭШ, 2013/14 уч. год**Дифференциальные уравнения****Семинар 9. Повторение —мать учения (21.03.2014)***И. А. Хованская, И. В. Щуров, П. Ф. Соломатин, А. Петрин, Н. Соловьевников***Задача 1.** Решите следующие уравнения:

(a) $y' - y = 2x - 3;$ (b) $y' = \cos(y - x);$ (c) $y' = \operatorname{tg}(y - 2x);$

Задача 2. Футбольный мяч весом 0,4 кг подкинули вверх с начальной скоростью 20 метров в секунду. Сопротивление воздуха пропорционально квадрату скорости и равно 0,48 грамм при скорости 1 метр в секунду. За какое время мяч поднимется на верх и на какую высоту?**Задача 3.** Решите следующие уравнения:

(a) $(x + 2y)dx - xdy = 0;$ (c) $(y^2 - 2xy)dx + x^2dy = 0;$
(b) $(x - y)dx + (x + y)dy = 0;$ (d) $2xydx + (x^2 - y^2)dy = 0;$

Задача 4. Найти фазовые кривые.

- (a) $\dot{x} = x^2, \quad \dot{y} = y(x + y);$
 (b) $\dot{x} = y^2 + 2y + 1, \quad \dot{y} = x^2 - 1;$
 (c) $\dot{x} = 2y \cos^2 x, \quad \dot{y} = 1 + y^2 \sin 2x;$
 (d) $\dot{x} = -y + 2x, \quad \dot{y} = x + 2y;$

Задача 5. Найти два независимых первых интеграла вблизи точки $(1, 1, 0)$ для следующих систем:

- (a) $\dot{x} = y, \quad \dot{y} = z, \quad \dot{z} = 0;$
 (b) $\dot{x} = z, \quad \dot{y} = y, \quad \dot{z} = -x;$

Список литературы

- [1] Арнольд В. И. О обыкновенные дифференциальные уравнения. — Ижевск: Ижевская республиканская типография. 2000. — 368 с.
 [2] Филиппов А. Ф. Сборник задач по дифференциальных уравнениям. — Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2000.