

## Совместный бакалавриат ВШЭ–РЭШ, 2013/14 уч. год

## Дифференциальные уравнения

## Семинар 8 (14.03.2014)

И. А. Хованская, И. В. Щуров, П. Ф. Соломатин, А. Петрин, Н. Солодовников

**Задача 1.** Для уравнения  $(\dot{x}, \dot{y}) = w(x, y)$ , найти замену координат  $(u, v)$ , приводящую его к виду

$$\dot{u} = 1, \quad \dot{v} = 0$$

вблизи данной точки  $P$ :

(a)  $w = (1, 2), P = (0, 0);$

(c)  $w = (2x, -y), P = (-2, 2);$

(b)  $w = (x, 2y), P = (1, 1);$

(d)  $w = (y, -x), P = (1, 0);$

**Задача 2.** Для следующих систем, осуществить переход к полярным координатам. Построить фазовые портреты в новых и старых координатах.

(a)  $\dot{x} = -y, \quad \dot{y} = x;$

(e)  $\dot{x} = x + y, \quad \dot{y} = -x + y;$

(b)  $\dot{x} = y, \quad \dot{y} = -x;$

(c)  $\dot{x} = x - y, \quad \dot{y} = x + y;$

(f) (\*) 
$$\begin{cases} \dot{x} = y + x(1 - x^2 - y^2) \\ \dot{y} = -x + y(1 - x^2 - y^2) \end{cases}$$

(d)  $\dot{x} = -x - y, \quad \dot{y} = x - y;$

**Задача 3.** Для следующих систем, найти какой-нибудь глобальный непостоянный непрерывный первый интеграл, либо доказать, что его не существует.

(a)  $\dot{x} = \sin(x + y), \quad \dot{y} = \cos(x + y + z), \quad \dot{z} = 0;$

(b)  $\dot{x} = -y, \quad \dot{y} = x, \quad \dot{z} = \sin(x^2 + y^2 + z^2);$

(c)  $\dot{x} = x, \quad \dot{y} = 2y, \quad \dot{z} = -3z.$

(d)  $\dot{x} = x, \quad \dot{y} = 2y, \quad \dot{z} = 3z.$