

Высшая школа экономики

Факультет прикладной политологии

Математика для политологов

И.А.Хованская, И.В.Щуров, К.И.Сонин (РЭШ), А.В. Михайлович

18 сентября 2012 г.

Лекция 3. Элементы теории вероятностей, часть 1

Пространство элементарных исходов, случайное событие, вероятность.

Пусть должно произойти испытание, исход которого неизвестен, но берется из какого-то определенного, известного нам множества. Классические примеры ситуаций: я брошу игральную кость, что на ней выпадет? Посмотрим завтра в газеты, какая будет цена на нефть? Выйдем на улицу 15 января 2010 года, какая будет температура воздуха? Мы используем здесь слово "испытание" или "опыт", но совершенно не обязательно речь идет о каких-то научных экспериментах — мы испытываем окружающий мир с разных сторон. Множество всех возможных исходов случайного эксперимента, неразложимых на более простые и попарно несовместных, будем называть *множеством элементарных исходов*.

Примеры:

1. Если мы кидаем игральную кость, то пространством элементарных исходов можно считать числа от 1 до 6.

2. Если мы обсуждаем температуру 15 января 2010 года, то пространством элементарных исходов можно считать числа от -100 до $+100$.

3. Исходом случайного испытания необязательно должно быть число. Что выпадет при бросании монетки: орел или решка? На кого из ребят падет жребий водить в игре: на Саню, Петю, Митю или Лену?

Здесь мы вплотную встречаемся с элементами математического моделирования. Разве мы перечислили все исходы при бросании кубика? Конечно, нет. Ведь кубик мог лететь высоко или низко, упасть далеко или близко, задеть чей-то лоб, закатиться под стол и т. д. и т. п. Нас же интересует только, какое число выпало на верхней грани кубика.

Множество всех элементарных исходов обычно обозначается буквой Ω . *Событием* мы будем называть любое подмножество множества элементарных исходов. Если элементарный исход принадлежит какому-то событию, мы будем говорить, что элементарный исход *благоприятствует* этому событию, элементарный исход *благоприятный* для этого события.

Примеры:

1. Случайное испытание: что выпадет на игральной кости? Случайное событие A — на кубике выпало четное число — описывается таким подмножеством множества $\Omega : \{2, 4, 6\}$. Исход бросания кубика "2" благоприятствует событию A , это благоприятный исход для выпадения четного числа.

2. Случайное испытание: какая будет погода 15 января 2010 года? Случайное событие B — на улице 15 января 2009 года холодно — описывается таким подмножеством множества $\Omega : \{-100; -5\}$. Исход измерения температуры -20 благоприятствует событию B , а $+10$ не благоприятствует.

3. Случайное испытание: троекратное бросание монетки. Случайное событие C — выпадение хотя бы двух орлов. Элементарный исход "орел, решка, орел" благоприятствует событию C , а элементарный исход "решка, решка, орел" не благоприятствует событию C .

Мы видим, что обычное, "бытовое" понятие события описывается на языке множеств—подмножеств.

Если два события не могут произойти одновременно, мы будем называть их *несовместными*. На языке подмножеств это означает, что не найдется ни одного элементарного исхода, принадлежащего обоим событиям.

Примеры:

1. При бросании игральной кости события A — выпадение четного числа и B — выпадение числа, меньшего трех — совместны, т. к. элементарный исход "выпадение двойки" благоприятен для обоих событий. Заметим, что не все элементарные исходы, благоприятные A , благоприятны и B : скажем, элементарный исход "выпадение четверки" благоприятен событию A , но не благоприятен B .

2. Случайное испытание: троекратное бросание монетки. Случайное событие A — выпадение хотя бы двух орлов и B — выпадение хотя бы одной решки. Эти события совместны: элементарный исход "решка, орел, орел" благоприятствует обоим событиям. Предположим, событие C заключается в том, что количество выпавших решек больше, чем количество выпавших орлов. Тогда события A и событие C несовместны.

Пусть A и B некоторые события. Событие C , состоящее в том, что выполняются события A и B , мы будем называть *пересечением* или *произведением* событий A и B и обозначать AB или $A \cap B$.

Примеры:

1. При бросании игральной кости события A — выпадение четного числа и B — выпадение числа, меньшего трех. Событие AB состоит в выпадении четного числа меньшего трех, т. е. в выпадении двойки.

2. Случайное испытание: троекратное бросание монетки. Случайное событие A — выпадение хотя бы двух орлов и B — выпадение хотя бы одной решки. Событие AB состоит в выпадении двух орлов и одной решки, ему благоприятны следующие элементарные исходы: "орел, орел, решка", "орел, решка, орел" и "решка, орел, орел".