

Факультет прикладной политологии, 2012-13 уч. год**Алгебра и анализ****Элементы анализа данных. Статистические парадоксы (30 ноября 2011)***И. А. Хованская, К. И. Сонин (РЭШ), И. В. Щуров, Я. Н. Шитов*

Для успешного освоения темы «Элементы анализа данных» студент должен уметь решать все перечисленные ниже задачи.

Определение 1. Средним (средним арифметическим) k чисел называется сумма этих чисел, делённая на k .

Задача 1. Найти среднее арифметическое чисел. Изобразите на отрезке числовой оси сами числа и их среднее арифметическое. Числа, встречающиеся несколько раз, отмечайте более крупными точками. Для каждого набора чисел найдите максимальное и минимальное число и отметьте середину отрезка, их соединяющего. Отличается ли среднее от середины этого отрезка? Насколько сильно? Как вы это объясните?

- (a) 105, 107, 101, 100, 110, 107, 104, 103
- (b) 11, 12, 11, 13, 10, 20
- (c) 34, 32, 10, 31, 33, 32, 34, 15
- (d) 7, 8, 7, 20, 20, 21

Задача 2. Из двух школ — школы A и школы B — отобрали лучших учеников (учеников с более высоким баллом, т.е. суммой отметок по всем предметом) и собрали в школу 1, остальных учеников отправили в школу 2. Назовём рейтингом школы средний балл его учеников. Правда ли, что средний балл учеников школы 1 больше среднего балла учеников школы номер 2? Если да, то докажите, если нет — приведите пример.

Задача 3. Есть два набора чисел C : (1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2) и D : (10, 10, 10, 10, 10, 10, 12, 12).

- (a) Найдите среднее каждого набора.
- (b) Последние 10 чисел (10 наибольших чисел) из набора C и последние два числа (два наибольших числа) из набора D поместим в набор X , остальные числа поместим в набор Y . Найдите и сравните средние наборов X и Y .

Задача 4. Несколько человек из школы E перевели в школу F . Никаких новых учеников ни в одной из школ не добавилось. Может ли так быть, что средний балл в обоих школах стал выше?

Задача 5. Есть два набора чисел G : (99, 99, 100, 100, 100) и F : (65, 80, 80, 82, 84).

- (a) Найдите среднее каждого из наборов.
- (b) Первые два числа из набора G переместили в набор F . Как изменились средние наборов?

Задача 6. Роберт Мулдун (Robert Muldoon), премьер-министр Новой Зеландии в 1975-1984 годах, как-то ответил на вопрос журналиста о людях, эмигрирующих из Новой Зеландии в Австралию: «эти эмигранты повышают средний уровень IQ в обеих странах». В чём смысл высказывания?

Задача 7. В инвестиционном подразделении банка средняя зарплата выше у мужчин, чем у женщин; да и в остальных подразделениях она тоже выше у мужчин. Обязательно ли средняя зарплата по всему банку у женщин ниже?

Задача 8. Два препарата (А и В), используемые при лечении золотой лихорадки, проходят клиническое исследование. Существуют две формы золотой лихорадки — доброкачественная и злокачественная, и все пациенты разделены на две группы в соответствии со своим диагнозом. По правилам клинического исследования, каждая из групп (больных доброкачественной и злокачественной золотой лихорадкой) делится на две подгруппы: пациентов одной подгруппы лечат с помощью препарата А, а другой — с помощью препарата В. Статистика показывает, что в обеих группах процент выздоровевших людей в той подгруппе, которой давали препарат А, выше, чем в той подгруппе, которой давали В.

Исследователи собрались было рекомендовать препарат А ко всеобщему применению, а препарат В запретить, но когда данные по доброкачественной и злокачественной лихорадке объединили, оказалось, что процент выздоровевших людей среди принимавших А меньше, чем среди принимавших В. Могло ли так быть? Если да, привести пример; если нет — объяснить, почему?

Задача 9. Группа психологов разработала тест, пройдя который, каждый человек получает оценку — число Q — показатель его умственных способностей (чем больше Q , тем больше способности). За рейтинг страны принимается среднее арифметическое значений Q всех жителей этой страны.

- Группа граждан страны А эмигрировала в страну Б. Мог ли при этом у обеих стран вырасти рейтинг?
- После этого группа граждан страны Б (в числе которых могут быть и бывшие эмигранты из А) эмигрировала в страну А. Возможно ли, что рейтинги обеих стран опять выросли? Если нет, то докажите, если да — приведите пример.
- Группа граждан страны А эмигрировала в страну Б, а группа граждан Б — в страну В. В результате этого рейтинги каждой страны оказались выше первоначальных. После этого направление миграционных потоков изменилось на противоположное — часть жителей В переехала в Б, а часть жителей Б — в А. Оказалось, что в результате рейтинги всех трех стран опять выросли (по сравнению с теми, которые были после первого переезда, но до начала второго). (Так, во всяком случае, утверждают информационные агентства этих стран.) Может ли такое быть (если да, то как, если нет, то почему)?

Предполагается, что за рассматриваемое время Q граждан не изменилось, никто не умер и не родился.

Задача 10. В городе N . 10 тыс. молодых людей в возрасте от 17 до 25 лет. Среди них 2 тыс. молодых людей очень хорошо сдали экзамены (по результатам ЕГЭ), и могут поступить на бюджетное место в местный университет, 1 тыс. молодых людей имеют годовой доход, достаточный для поступления на платное место. В обе категории входит 200 человек.

- Выберем случайного молодого человека. Являются ли независимыми события «он может поступить на платное место» и «он может поступить на бюджетное место»?
- Допустим, в университете достаточно мест, чтобы все молодые люди, имеющие такую возможность, туда поступили. Выберем случайного студента университета. Будут ли в этом случае независимыми события «он имел возможность поступить на платное место» и «он имел возможность поступить на бюджетное место»?

- (с) Профессор Фортран считает, что «чем человек богаче, тем он глупее», и приводит в обоснование свою ведомость. Почему он так считает? Прав ли он?