

Факультет прикладной политологии, 2012-13 уч. год

Алгебра и анализ

Задачи по теории вероятностей, часть 2 (19.10.2012)

И. А. Хованская, К. И. Сонин (РЭШ), И. В. Щуров, Я. Н. Шитов

Для успешного освоения темы «Элементы теории вероятностей» студент должен уметь решать *все* перечисленные ниже задачи.

## Условная вероятность

**Определение 1.** Условной вероятностью  $P(A|B)$  события  $A$  при условии  $B$  называется отношение вероятности пересечения  $A \cap B$  к вероятности события  $B$ :

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}.$$

Если все элементарные исходы равновероятны, то эта вероятность равна отношению количества исходов, благоприятных обоим событиям, к количеству исходов, благоприятных событию  $B$ :

$$P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)}.$$

**Задача 1.** Монетку подбросили два раза. Событие  $A$  — выпадение хотя бы одной решки, событие  $B$  — выпадение орла при первом подбрасывании монетки.

- Перечислите все элементарные исходы, благоприятные событию  $A$ .
- Перечислите все элементарные исходы, благоприятные событию  $B$ .
- Перечислите все элементарные исходы, благоприятные событиям  $A$  и  $B$  одновременно.
- Найдите вероятность события  $AB$ .
- Найдите вероятность события  $A$  при условии  $B$ .

**Задача 2.** Игральный кубик подбросили два раза. Событие  $A$  — выпадение в первый раз четвёрки, событие  $B$  — выпадение восьми очков в сумме за два раза.

- Перечислите все элементарные исходы, благоприятные событию  $A$ .
- Перечислите все элементарные исходы, благоприятные событию  $B$ .
- Перечислите все элементарные исходы, благоприятные событиям  $A$  и  $B$  одновременно.
- Найдите вероятность события  $AB$ .
- Найдите вероятность события  $A$  при условии  $B$ .

**Задача 3.** Монетку подбросили четыре раза. Событие  $A$  — выпадение орла в четвёртый раз, событие  $B$  — выпадение трёх орлов в первые три подбрасывания.

- Перечислите все элементарные исходы, благоприятные событию  $A$ .
- Перечислите все элементарные исходы, благоприятные событию  $B$ .
- Перечислите все элементарные исходы, благоприятные событиям  $A$  и  $B$  одновременно.
- Найдите вероятность события  $AB$ .
- Найдите вероятность события  $A$  при условии  $B$ .

**Задача 4.** Газета «Комсомольская правда» писала: «новый антитабачный законопроект одобряет большинство наших экономически активных сограждан (66%).<...> Удивительно, но в поддержку запрета высказываются и многие курильщики — среди них этот показатель составил 42% (среди некурящих россиян инициативу Минздрава одобряют 75%)» (<http://www.kp.ru/daily/25964/2903066/>).

Выберем случайного человека среди экономически активных граждан. Пусть событие  $A$  — выбранный человек одобряет антитабачный закон, событие  $B$  — выбранный человек курит.

- Чему равно  $P(A)$ ?
- Чему равно  $P(A|B)$ ?
- Чему равно  $P(A|\bar{B})$ ?
- Можно ли из приведенного фрагмента вычислить, чему равно  $P(B|A)$ ?
- Предположим, что  $P(B|A) = 0.3$ . Какое предложение можно дописать в статью на основании этой информации?

## Теоремы сложения и умножения вероятностей

**Теорема 5** (Теорема сложения вероятностей). *Для любых двух событий  $A$  и  $B$  вероятность того, что хотя бы одно из событий произойдёт равна сумме вероятностей событий  $A$  и  $B$  минус вероятность их одновременного выполнения:*

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$

**Задача 6.** Монетку подбросили четыре раза. Событие  $A$  — (выпало не меньше трёх орлов), событие  $B$  — (выпала хотя бы одна решка).

- Перечислить элементарные исходы благоприятные событию  $A$  и найти его вероятность.
- Перечислить элементарные исходы благоприятные событию  $A$  и найти его вероятность.
- Перечислить элементарные исходы благоприятные событию  $A + B$  (выполняется хотя бы одно из событий  $A$  и  $B$ ) и найти его вероятность.
- Перечислить элементарные исходы благоприятные событию  $AB$  (оба события  $A$  и  $B$  выполняются) и найти его вероятность.
- Проверить выполнение теоремы сложения вероятностей в этом примере.

**Задача 7.** В колоде 36 карт. Случайным образом выбирают одну карту. Событие  $A$  — (выбрали туза), событие  $B$  — (выбрали пиковую карту).

- Найти вероятности событий  $A$  и  $B$ .
- Какие элементарные исходы благоприятны событию  $AB$ ? Найти вероятность этого события.
- Какие элементарные исходы благоприятны событию  $A + B$ ? Найти вероятность этого события.
- Проверить выполнение теоремы сложения вероятностей в этом примере.

**Задача 8.** По данным опроса, 20% населения Тилемилитрядии поддерживают политика И. И. Честного, 30% поддерживают политика А. А. Умного, причём 10% поддерживает их обоих.

- (a) Сколько процентов населения поддерживает И. И. Честного, но при этом не поддерживает А. А. Умного?
- (b) Сколько процентов населения поддерживает хотя бы одного из указанных двух политиков?
- (c) Выбрали случайного гражданина Тиллимилитрядии. Пусть событие  $A$  — он поддерживает И. И. Честного, событие  $B$  — он поддерживает А. А. Умного. Чему равно  $P(A)$ ?
- (d) Чему равно  $P(B)$ ?
- (e) Чему равно  $P(AB)$ ?
- (f) Чему равно  $P(A + B)$ ?