

Факультет прикладной политологии, 2012-13 уч. год

Алгебра и анализ

Лекция 3. Элементы финансовой математики, часть 3 ()

И. А. Хованская, К. И. Сонин (РЭШ), И. В. Щуров, Я. Н. Шитов

1 Эффективная процентная ставка

Обсуждая кредит в банке, мы исходим из того, что нам известна процентная ставка кредита. В жизни часто встречаются ситуации, когда процентная ставка неизвестна: люди или организации могут договориться о сложных выплатах в разные сроки, скажем, сам кредит выдается не единовременно, а по частям, возвращение долга происходит определенными суммами через какой-то срок. Как по этим данным сказать, под какие именно проценты выдан кредит? С таким же вопросом сталкиваются люди, берущие кредит в банке, где кроме выплат по кредиту есть дополнительные выплаты — за обслуживание кредита, открытие и поддержание счета и т. д.

Для того чтобы понять, о какой ставке идет речь, нам нужно уметь сравнивать деньги, полученные сегодня с деньгами, которые будут, скажем, через год.

Пусть процентная ставка в некотором банке для обычного вклада составляет 6% годовых. Пусть у нас есть 1000 рублей сейчас. Это значит, что мы совершенно определенно можем получить через год 1060 рублей. С другой стороны, предположим, мы знаем, что нам заплатят 1000 рублей, но только через год. В каком-то смысле, это то же самое, что мы имеем 1000/1,06 рублей сегодня: обладание именно такой суммой гарантирует нам выплату наших 1000 рублей через год. Мы будем говорить *о стоимости, приведенной к сегодняшнему дню*. Итак, если банк установил процентную ставку $a\%$, то стоимость 1000 рублей, полученных через год, приведенная к сегодняшнему дню составит $1000 / (1 + \frac{a}{100})$ рублей, стоимость 1000 рублей, полученных через два года, приведенная к сегодняшнему дню составит $1000 / (1 + \frac{a}{100})^2$ рублей, а стоимость 1000 рублей, полученных через n лет, приведенная к сегодняшнему дню составит $1000 / (1 + \frac{a}{100})^n$ рублей.

Задача 1. Рассмотрим такую схему кредита. Банк выдает заемщику 5000 долларов, через год снова выдает 5000 долларов, через два года заемщик возвращает 12000 долларов. Под какой процент выдан такой кредит?

Ответ: пусть процентная ставка банка составляет $a\%$. Приведем к сегодняшнему дню все произведенные выплаты. Стоимость \$5000, полученных сразу, составляет \$5000, а стоимость \$5000, полученных через год составит $\$5000 / (1 + \frac{a}{100})$. Стоимость возвращенных \$12000 составит $\$12000 / (1 + \frac{a}{100})^2$. Чтобы были возвращены все занятые деньги, должно выполняться равенство

$$5000 + \frac{5000}{1 + \frac{a}{100}} = \frac{12000}{(1 + \frac{a}{100})^2}$$

Мы получили уравнение на неизвестное a . Решения этого уравнения $a_1 = -10\sqrt{265} - 150 < 0$ и $a_2 = 10\sqrt{265} - 150 \approx 12,788$. Первый корень отрицательный, второй дает нам ответ к задаче: банк выдал деньги под приблизительно 12,8% годовых.

Определение 1. Эффективной процентной ставкой называется такая процентная ставка, при которой сумма стоимостей всех финансовых потоков, приведенная к сегодняшнему дню, равна нулю.

Почему финансовые потоки приводятся именно к сегодняшнему дню, а не к, скажем, дню последних выплат? Дело в том, что эффективная ставка процента не зависит от того дня, к которому приводятся платежи. Действительно, приведем в примере 1 все платежи к дню последней выплаты. Тогда первые \$5000 получены за два года до этого дня, а значит, на эти деньги можно было дважды получить годовые проценты. Через два года \$5000 превратятся в $5000 \cdot \left(1 + \frac{a}{100}\right)^2$. Аналогично, вторая выплата получена за год до дня расчета, а значит, вторые \$5000 превратятся в $5000 \cdot \left(1 + \frac{a}{100}\right)$.

\$12000 возвращаются в день расчета, никаких процентов в этом случае на эти деньги не возвращается. Итак, мы получаем уравнение

$$5000 \cdot \left(1 + \frac{a}{100}\right)^2 + 5000 \cdot \left(1 + \frac{a}{100}\right) = 12000$$

Если разделить это равенство на $\left(1 + \frac{a}{100}\right)$, мы получим то же уравнение, что и в примере 1.

Обсуждая и сравнивая кредиты, мы используем понятие «эффективная процентная ставка». Аналогичные вопросы встают, когда сравниваются любые финансовые проекты: планируются вложения денег и платежи по ним в разные сроки. В этом случае для сравнения проектов используется IRR — internal rate of return. Это аналогичное понятие, вычисляется так же.

Задание по лекции

По материалам этой лекции предлагаются следующие дополнительные задания.

1. По данным любого кредита любого банка или по каким-то историческим или любым другим источникам получить поток платежей и рассчитать эффективную процентную ставку для этого потока.

2. Для вычисления эффективной процентной ставки можно использовать программу Excel, финансовая функция «ЧИСТВНДОХ» или «XIRR». Разобраться и подробно записать, как это делается.

Для выполнения этих заданий можно и нужно пользоваться любыми материалами, использовать компьютер, справочники, Интернет. Все используемые источники должны быть указаны в работе!