

Факультет прикладной политологии, 2012-13 уч. год

Алгебра и анализ

Графическое изображение зависимости, скорости роста (23 ноября 2011)

И. А. Хованская, К. И. Сонин (РЭШ), И. В. Щуров, Я. Н. Шитов

Задача 1. На рисунке 1 изображено, сколько порций мороженого съедал Вася в течение месяцев года. Данные по каждому месяцу считались с 0 часов 0 минут первого дня месяца по 23 часа 59 минут последнего дня месяца. Скажем, за весь январь Вася съел одну порцию мороженого.

- В каком месяце потребление мороженого Васей было максимальным?
- В каком месяце потребление мороженого Васей было минимальным?
- В какие месяцы Вася съедал больше 20 порций мороженого?
- В какие месяцы Вася съедал меньше 13 порций мороженого?

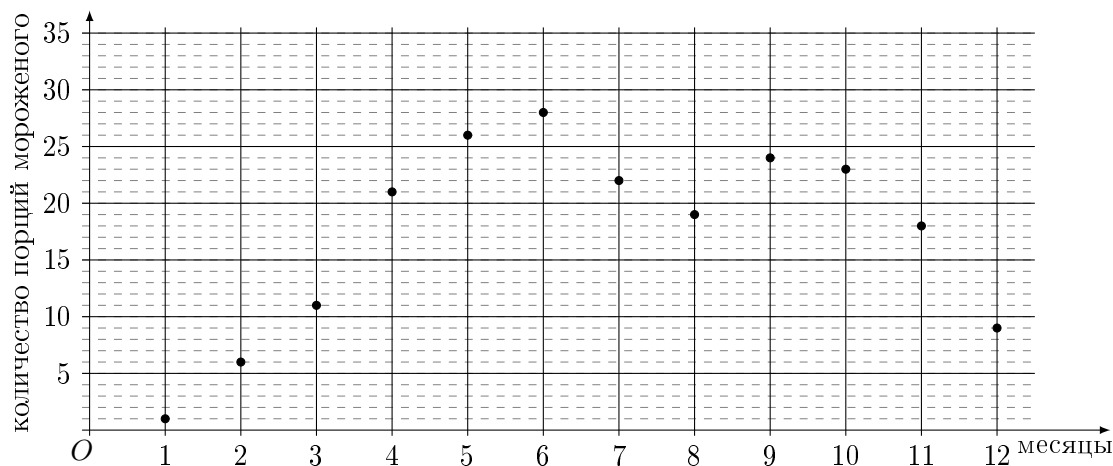


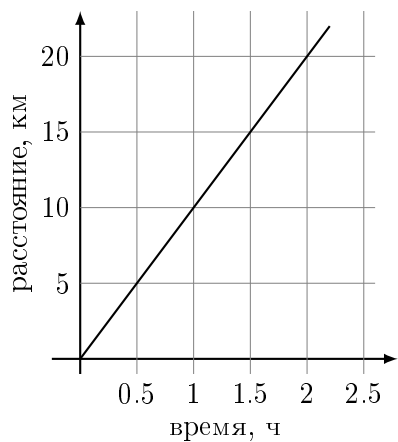
Рис. 1: Зависимость количества съеденных порций мороженого от месяца

Задача 2. Пользуясь графиком на рисунке 1, ответьте на вопросы.

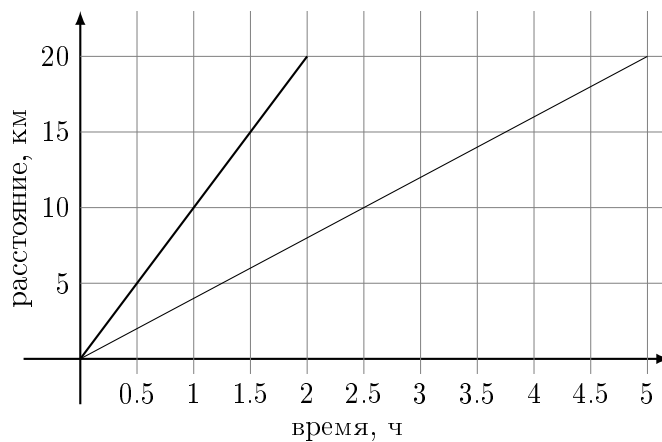
- В какие месяцы потребление мороженого росло по сравнению с предыдущим месяцем?
- В какие месяцы потребление мороженого уменьшалось по сравнению с предыдущим месяцем?
- В каком месяце был наибольший прирост количества съеденных порций мороженого по сравнению с предыдущим месяцем?
- В какие месяцы, из тех, в которых потребление росло, рост был наибольшим?
- В какие месяцы падение количества съеденных порций мороженого по сравнению с предыдущим месяцем было наибольшим?

Задача 3. На рисунке 2(а) изображён график движения велосипедиста: преодолённое расстояние в зависимости от времени в пути. Пользуясь графиком, ответьте на вопросы.

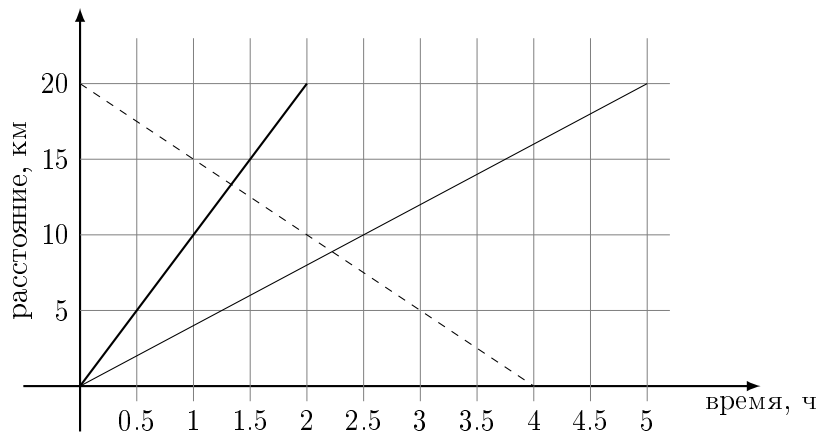
- Сколько километров проехал велосипедист за первый час пути?
- Сколько километров проехал велосипедист за второй час пути?
- Сколько километров проехал велосипедист за третьи полчаса пути?
- Ехал ли велосипедист с постоянной скоростью? Если да, то с какой?



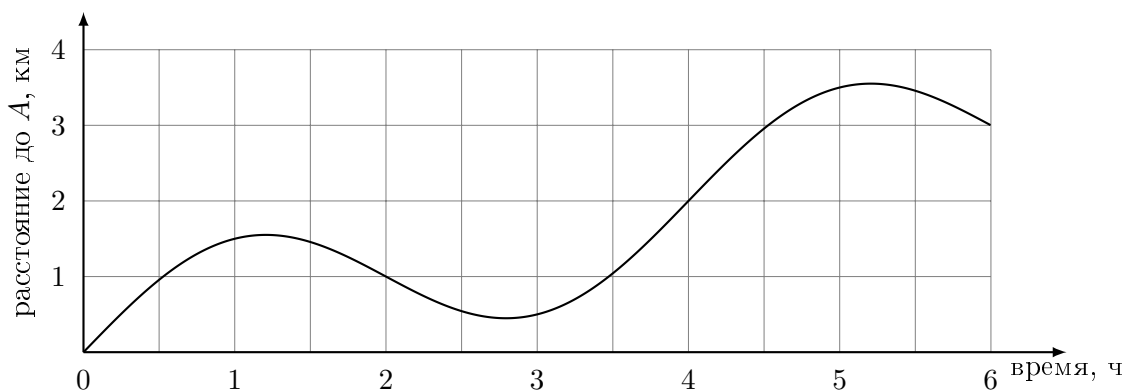
(a) График движения велосипедиста



(b) Графики движения велосипедиста и пешехода



(c) График движения велосипедиста и двух пешеходов



(d) График движения дяди Васи

Рис. 2: Графики к задачам 3–8

Задача 4. На рисунке 2(b) изображены графики движения велосипедиста (жирная линия) и пешехода (тонкая линия): преодоленное расстояние в зависимости от времени в пути. Велосипедист и пешеход начали движение одновременно в городе A , движутся по одной и той же дороге в город B , находящийся в 20 км от города A по этой дороге. Пользуясь графиками, ответьте на вопросы.

- Через какое время после начала пути велосипедист был на полпути к городу B ? Достиг города B ?
- Через какое время после начала пути пешеход был на полпути к городу B ? Достиг города B ?
- Чья скорость больше, велосипедиста или пешехода? Ответ обосновать с помощью графика, не прибегая к обсуждению устройства велосипеда.
- С какой скоростью движется велосипедист?
- С какой скоростью движется пешеход?

Задача 5. На рисунке 2(c) изображены графики движения велосипедиста (жирная линия), первого пешехода (тонкая линия) и второго пешехода (пунктирная линия): расстояние от города A в километрах в зависимости от времени в пути. Велосипедист и первый пешеход начали движение одновременно в городе A , движутся по одной и той же дороге в город B , находящийся в 20 км от города A по этой дороге. Второй пешеход движется навстречу им по той же дороге из города B в город A . Пользуясь графиками, ответьте на вопросы.

- Через какое время после начала пути второй пешеход пройдёт четверть пути до города A ? Через какое время он будет на полпути к городу A ? Через какое время после начала пути он попадёт в город A ?
- Уменьшается или увеличивается с течением времени расстояние от города A до велосипедиста? До первого пешехода? До второго пешехода?
- У кого из участников движения положительная скорость в направлении города B ? У кого скорость движения в направлении города B отрицательная?

Задача 6. На рисунке 2(d) изображён график движения дяди Васи по дороге от города A в сторону города B , находящегося на расстоянии 20 км. Пользуясь графиком, ответьте на вопросы. В этой задаче от вас требуются приблизительные ответы, найденные по графику.

- Дошёл ли дядя Вася за 7 часов до города B ?
- На каком расстоянии от города A находился дядя Вася через час пути? Через полтора часа пути? Через пять часов пути?
- В какое время, из тех, что изображены на графике, дядя Вася был дальше всего от города A ?
- В какие промежутки времени дядя Вася был больше чем в 2,5 км от города A ?
- В какие промежутки времени дядя Вася двигался в направлении города B ? В направлении города A ?
- В какие промежутки или моменты времени скорость движения в сторону города B была больше нуля? Нулевая? Меньше нуля?

Задача 7. По графику, приведённому в задаче 6, ответьте на следующие вопросы.

- В какой момент скорость движения в сторону города B была больше: через 6 минут после начала пути или через час после начала пути?
- В какой момент скорость движения в сторону города B была больше: через 6 минут после начала пути или через два часа после начала пути?

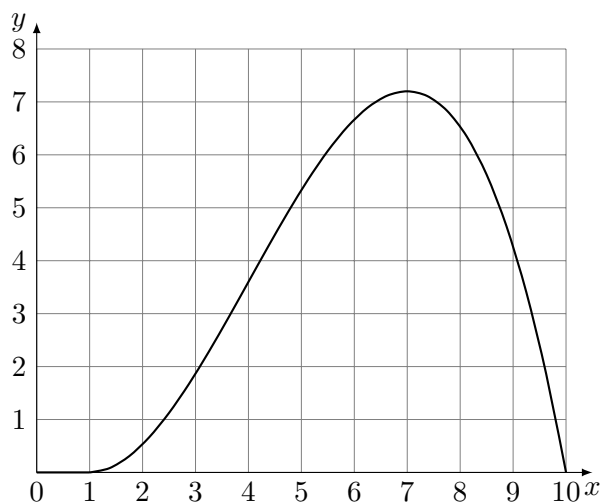


Рис. 3: К задаче 9

- (с) Покажите на графике моменты, когда скорость движения в сторону города B была максимальной, минимальной.
- (d) За который час дядя Вася больше приблизился к городу B : за третий или за пятый?
- (e) За который час дядя Вася больше приблизился к городу B : за четвертый или за шестой?

Задача 8. По графику движения дяди Васи, приведённому в задаче 6, постройте эскиз графика скорости движения в сторону города B . Используйте результаты задач 6 и 7.

Задача 9. На рисунке 3 изображён график зависимости величины y (она отложена по вертикальной оси) от величины x (она отложена по горизонтальной оси). Пользуясь графиком, ответьте на вопросы о характере этой зависимости.

- (a) Изменяется ли значение величины y при изменении величины x в промежутке от 0 до 1?
- (b) Как изменяется значение величины y при изменении величины x в промежутке от 1 до 7? Увеличивается ли величина y ? Если да, то в каких пределах? Если нет, то как именно изменяется величина y ?
- (c) Как изменяется значение величины y при изменении величины x в промежутке от 7 до 10?
- (d) При каких значениях величины x скорость роста величины y положительна? Отрицательна?
- (e) Есть ли значения величины x , в которых скорость роста нулевая?
- (f) При каком значении величины x скорость изменения величины y больше: при $x = 2$ или при $x = 6$?
- (g) При каких значениях величины x скорость изменения величины y максимальная?
- (h) Используя результаты предыдущих пунктов, постройте эскиз графика скорости роста величины y .

«Определение» 1. Пусть есть некоторая зависимость величины y от величины x . Скорость роста величины y при изменении величины x называют производной величины y

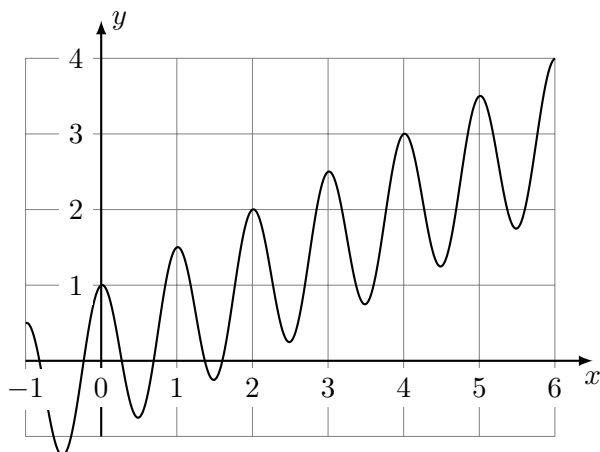


Рис. 4: К задаче 10

по величине x . Это определение совсем не строгое, поэтому само слово «определение» взято в кавычки.

Задача 10. На рисунке 4 график зависимости величины y (она отложена по вертикальной оси) от величины x (она отложена по горизонтальной оси).

- Найдите промежутки убывания и возрастания величины y при изменении величины x .
- Укажите точки, в которых скорость роста величины y равна нулю.
- Укажите точки, в которых скорость роста величины y максимальна.
- Укажите точки, в которых скорость роста величины y минимальна.
- Используя результаты предыдущих пунктов, постройте эскиз графика скорости роста величины y .