

Совместный бакалавриат ВШЭ–РЭШ, 2012/13 уч. год
Линейная алгебра
Семинар 6: Определитель, замена базиса (27 февраля 2013)

Задача 1. Найти определитель матрицы по определению:

(a) $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$

(b) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 3 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

(c) $\begin{pmatrix} 3 & 1 & -4 & 1 \\ 5 & -9 & 2 & 6 \\ -5 & 3 & 5 & 8 \\ 9 & 7 & 9 & -3 \end{pmatrix}$

Задача 2. Найдите те же определители с помощью метода Гаусса. Не забудьте, что происходит с определителем при перестановке строк и столбцов.

Задача 3. Найдите ядро и образ линейного оператора $A - \lambda I$, где оператор A задается матрицей

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 6 \end{pmatrix}$$

в стандартном базисе, в зависимости от λ . Для тех λ , при которых ядро имеет размерность, большую нуля, найдите образ этого ядра при действии оператора A .

Задача 4. Известны образы следующих векторов при действии оператора h : $h(e_1) = (1, 2)$, $h(e_2) = (1, -1)$, где $e_1 = (1, 1)$, $e_2 = (-1, 2)$. Найдите матрицу оператора в стандартном базисе.

Задача 5. Оператор f растягивает векторы $e_1 = (1, 2, 3)$, $e_2 = (1, -1, 2)$ и $e_3 = (2, 1, 1)$ в 2, 3 и 4 раза соответственно. Найдите матрицу оператора в стандартном базисе.