

Совместный бакалавриат ВШЭ–РЭШ, 2012/13 уч. год

Линейная алгебра

Приведение квадратичной формы к главным осям (17 апреля 2013)

Задача 1. Пусть стандартный базис в \mathbb{R}^n ортонормирован. Для каждой квадратичной формы найдите (i) ее матрицу в стандартном базисе; (ii) ортонормированный базис, в котором ее матрица диагональная; (iii) ортогональный базис, в котором ее матрица диагональная, и на диагонали стоят числа 1, -1 , 0:

(a) $x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2$;

(b) $2x_1^2 + 8x_1x_2 + 8x_2x_3 - 2x_3^2$;

(c) $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2 + 2x_2x_3 + 2x_1x_3$.

Задача 2. Квадратичная форма в некотором базисе \mathbb{R}^3 задана матрицей

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}.$$

Найдите симметричную матрицу, которая задает эту квадратичную форму в том же базисе.